

Influencia de las fluctuaciones al azar en la determinación de la inclinación de disparo de cañón PASCO ME-6825

Fernández Esteberena, Pablo Ricardo*, Melzi, Agustín Emilio†
Universidad Nacional del Centro de la provincia de Bs.As.

11 de noviembre de 2011

Abstract

En este trabajo se determinó si es posible utilizar las tres velocidades de disparo del cañón a resorte para conocer el signo del error instrumental que se da cuando se establece el cañón en 0 con respecto a la horizontal. Para ello se estimaron las fluctuaciones al azar y se las comparo con la incertidumbre instrumental.

Palabras clave: PASCO ME-6825, cañón a resorte, ángulo de disparo, fluctuaciones al azar

1 Introducción

Cuando en un trabajo anterior [1] se utilizó el cañón de resorte Pasco ME-6825 para disparar un proyectil horizontalmente y así medir la aceleración de la gravedad g en la superficie terrestre, se llegó a un valor menor al medido por métodos más exactos. Ésto se explicó con el hecho de que, al no ser posible establecer con exactitud el ángulo de tiro θ respecto al plano horizontal en 0° por medio del goniómetro con plomada incluido en el cañón, los tiempos de vuelo cronometrados son mayores si $\theta > 0$ y menores si $\theta < 0$. Esto lleva a un error en el g calculado.

Una posible solución al problema es la utilización de un método que aprovecha las tres distintas velocidades de lanzamiento $v_1 < v_2 < v_3$ que posee el cañón. Es posible conocer la inclinación del cañón utilizando las tres para disparar desde una misma altura h y con un θ fijo. Una separación entre el 0° y el ángulo en que se encuentre el cañón $\Delta\theta$ producirá una variación en el tiempo de vuelo ΔT . Si $\Delta\theta > 0$, entonces ΔT será positivo y además será más grande cuánto mayor sea la velocidad inicial. Es decir, si el cañón presenta una leve inclinación hacia arriba el proyectil pasará más tiempo en el aire cuánto mayor sea la velocidad de disparo. Puede determinarse g con estos datos a partir de la ecuación de la cinemática que describe el movimiento vertical de un proyectil acelerado sólo por la gravedad (caída libre) ignorando qué movimiento tenga en el plano horizontal [2]:

$$y(t) = h + v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2 \quad (1)$$

donde h es la altura inicial, v_0 la velocidad inicial y t la coordenada temporal. Para el tiempo de vuelo T , $y(T) = 0$, y $\sin \theta = 0$, por lo que despejando g obtenemos:

$$\begin{aligned} 0 &= h - \frac{1}{2}gT^2 \\ g &= \frac{2h}{T^2} \end{aligned} \quad (2)$$

*pablo.rfe@gmail.com

†emilio.155@hotmail.com

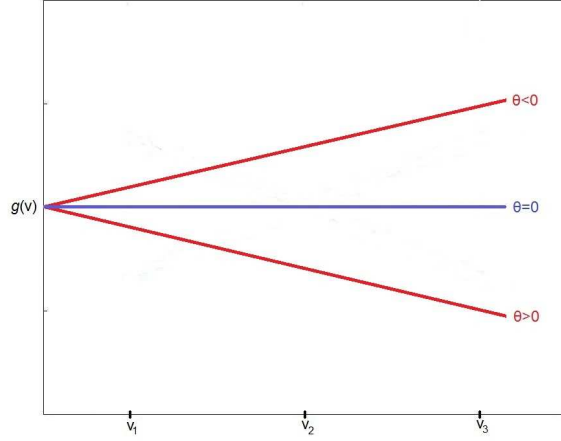


Figura 1: Relación entre los valores de g calculados y las tres velocidades de disparo $v_1 < v_2 < v_3$ para distintos ángulos de disparo

Puede verse en la expresión (2) que un $\Delta t > 0$ producirá una disminución en el valor de g calculado. Análogamente, cuando $\Delta\theta < 0$, $\Delta t < 0$ y $\Delta g > 0$. Esto puede verse representado de manera esquemática en la Figura 1. Las líneas para $\theta \neq 0$ son rectas sólo a modo de ilustración; no reflejan el comportamiento real de $g(v)$.

Haciendo un razonamiento inverso, si se obtiene $g(v_1) < g(v_2) < g(v_3)$, entonces el cañón está apuntando hacia abajo; si se obtiene $g(v_1) > g(v_2) > g(v_3)$, hacia arriba; y sabremos que $\Delta\theta = 0$ si $g(v_1) = g(v_2) = g(v_3)$.

Sin embargo, existe el inconveniente de que se desconoce en qué medida el error en la determinación de θ se debe a un error instrumental por la resolución del goniómetro del cañón $u_{i,\theta} = 1$, y en qué medida a variaciones al azar $u_{a,\theta}$ (debidas, por ejemplo, a que el resorte del cañón no se libera siempre de la misma manera). Todo ángulo menor a las $u_{a,\theta}$ (para su velocidad correspondiente) puede cambiar de signo en cada disparo debido a las variaciones aleatorias. Esto podría llevar a que el cálculo de los valores de $g(v)$ indicara una inclinación que no es la verdadera o a que no se vea una proporcionalidad entre g y v . Sólo si $u_{a,\theta} \ll u_{i,\theta}$ podrá utilizarse el método descrito con anterioridad.

Es entonces necesario poder estimar la amplitud de las fluctuaciones al azar para determinar si puede utilizarse el método para conocer la inclinación de cañón. Para ello se hace la suposición de que las variaciones de θ que se originan respecto del plano horizontal son iguales a las originadas respecto del plano vertical del disparo. Conociendo los puntos en los que impacta una serie de disparos puede calcularse su punto medio \bar{P} :

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=1}^n \vec{P}_i}{n} \quad (3)$$

donde los P_i son las coordenadas de cada disparo y n es la cantidad de disparos. Suponiendo además que \bar{P} pertenece al plano de disparo, se mide entonces la dispersión máxima Δx respecto a \bar{P} .

En la Figura 2 se puede ver la zona de impacto de los disparos, y la máxima variación al azar Δx producida por un $\Delta\theta$ de una serie de disparos:

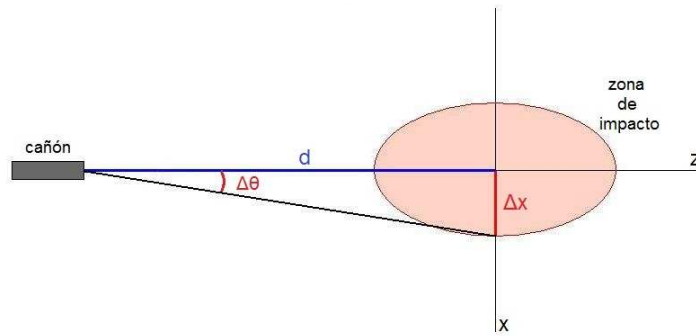


Figura 2: Dispersión al azar Δx para un $\Delta\theta$ respecto al plano de disparo.

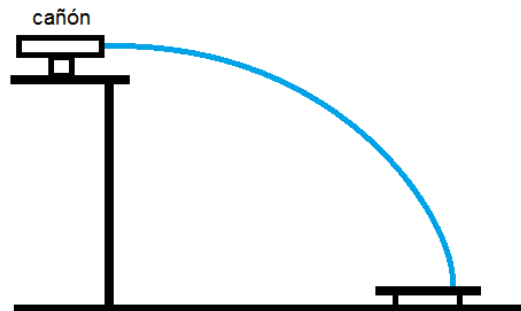


Figura 3: Esquema del disparo horizontal.

Puede así evaluarse qué $\Delta\theta$ es responsable de la dispersión al azar Δx mediante trigonometría:

$$\begin{aligned}\tan(\Delta\theta) &= \frac{\Delta x}{d} \\ \Delta\theta &= \arctan\left(\frac{\Delta x}{d}\right)\end{aligned}\quad (4)$$

siendo d la distancia sobre el plano horizontal desde el cañón hasta \bar{P} .

2 Método experimental

Se montó el cañón sobre una plataforma, la cual se fijó a una mesada por medio de dos mordazas, de tal forma que cuando lanzara el proyectil, el mismo cayera en el piso (ver Figura 3). El proyectil impacta sobre una hoja milimetrada debajo de papel carbónico de modo que se imprima el punto en el que cae el proyectil en cada disparo. Con cada una de las tres velocidades de tiro se realizaron veinte mediciones, desde una altura fija de $(66,1 \pm 0,1)$ cm, observando la nube de puntos resultante sobre la hoja milimetrada.

3 Resultados y Análisis

Luego de realizar los disparos se obtuvieron las nubes de puntos impresas con tinta sobre la hoja milimetrada visibles en la Figura 4.

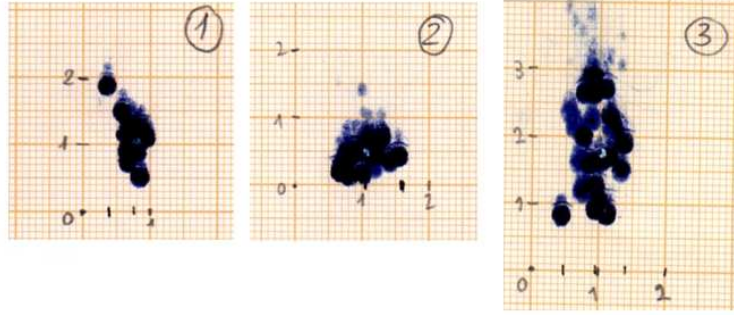


Figura 4: Marcas de tinta en los puntos de impacto para las velocidades v_1 , v_2 y v_3 respectivamente. La escala de los ejes es de cm.

	d (cm)	$u_{a,x}$ (mm)	$u_{a,\theta}$
v_1	133,4	3	$0^{\circ}7'36$
v_2	167,4	6	$0^{\circ}12'18$
v_3	214,0	5	$0^{\circ}10'23$

Tabla 1: Distancias y variaciones al azar máximas medidas para cada velocidad.

De realizar las mediciones sobre estas nubes de puntos se obtuvieron las variaciones máximas de x ($u_{a,x}$) con sus respectivas variaciones máximas en θ ($u_{a,\theta}$) asociadas correspondientes a cada velocidad de disparo visibles en la Tabla 1. Además se muestran los valores de d medidos.

Como los valores de $u_{a,\theta}$ son mucho menores a la incertidumbre instrumental $u_{i,\theta} = 1^{\circ}$, se concluye que las fluctuaciones al azar son lo suficientemente pequeñas como para utilizar el método propuesto.

4 Conclusión

Como resultado de este trabajo puede concluirse que la influencia de las fluctuaciones al azar es despreciable en el cálculo del valor g para cada velocidad. En consecuencia, el método descrito para determinar la orientación del cañón podría implementarse de manera satisfactoria.

Bibliografía

- [1] Fernández Esteberena, P. R.; Melzi, A. E. *Determinación de la aceleración de la gravedad mediante tiro horizontal*. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Bs.As. 2011.
- [2] Resnick-Halliday-Krane. *Física volumen 1*. 5^{ta} edición. Grupo editorial Patria. México, 2010.